

Markovmodelle

Folien zur AG

Werner Sandmann

Verena Wolf

Sommersemester 2002

Inhaltsverzeichnis

1	Nichtergodische und erweiterte Markovketten	4
1.1	Absorbierende Markovketten	4
1.2	Markovsche Reward-Modelle (MRM)	10
2	Numerische Verfahren für endliche Markovketten	12
2.1	Stationäre Wahrscheinlichkeiten, Lösung linearer Gleichungssysteme	13
2.1.1	Direkte Verfahren	15
2.1.1.1	Gauß-Elimination	15
2.1.1.2	Gauß-Elimination als Dreieckszerlegung	23
2.1.2	Iterative Verfahren	25
2.1.2.1	Potenzmethode	26
2.1.2.2	Gesamt- und Einzelschrittverfahren	28
2.1.2.3	SOR-Verfahren	29
2.2	Transiente Wahrscheinlichkeiten, Lösung linearer Differentialgleichungssysteme .	30
2.2.1	Laplace-Transformation	31
2.2.1.1	Grundlagen	31
2.2.1.2	Transiente Wahrscheinlichkeiten zeitstetiger Markovketten . . .	38
2.2.2	Integrationsverfahren	42
2.2.3	Randomisierung	45
2.2.4	Steife Markovketten	47
2.2.4.1	Steifheitstolerante Randomisierung	50
2.2.4.2	Implizite Integrationsverfahren	57
3	Aggregationsmethoden	58
3.1	Zusammenfaßbarkeit - Lumpability und exakte Aggregation	58
3.1.1	Gewöhnliche Zusammenfaßbarkeit - Ordinary Lumpability	59
3.1.2	Schwache Zusammenfaßbarkeit - Weak Lumpability	67
3.1.3	Annähernde und exakte Zusammenfaßbarkeit - Near and exact Lumpability	72
3.2	Lumping in Markovschen Reward-Modellen	78

3.2.1	Erweiterung der Varianten von Zusammenfaßbarkeit für MRM	78
3.2.2	Performability und Zusammenfaßbarkeit	85
3.2.3	Erwartete Rewardrate und Zusammenfaßbarkeit	91
3.3	Approximative Aggregations-/Disaggregationsverfahren	98
3.3.1	Das Verfahren von Courtois	99
3.3.2	Das Verfahren von Bobbio und Trivedi	110
3.3.3	Das Verfahren von Takahashi	115
4	Weitere Modellierungsparadigmen	117
4.1	Übersicht	117
4.2	Stochastische Automatenetze	118
4.3	Verallgemeinerte stochastische Petrinetze (GSPN)	122
4.4	Stochastische Prozeßalgebren (SPA)	122
4.5	Vergleich von GSPN und SPA	122

Literatur

- [BGMT98] G. BOLCH, S. GREINER, H. DE MEER, K.S. TRIVEDI: *Queueing Networks and Markov Chains*, Wiley, 1998.
- [Bol89] G. BOLCH: *Leistungsbewertung von Rechensystemen mittels analytischer Warteschlangenmodelle*, Teubner, 1989.
- [BoTr86] A. BOBBIO, K.S. TRIVEDI: An aggregation technique for the transient analysis of stiff Markov chains, *IEEE Transactions on Computers*, Vol. C-35, No. 9, September 1986.
- [Buc+94] P. BUCHHOLZ ET AL: *Quantitative Systemanalyse mit Markovschen Ketten*, Teubner, 1994.
- [Buch94] P. BUCHHOLZ: Exact and ordinary lumpability in finite Markov chains, *Journal of Applied Probability* 31, pp. 59–74, 1994.
- [Buch95] P. BUCHHOLZ: Equivalence relations for stochastic automata networks, In W.J. Stewart, ed., *Proceedings of the 2nd Int. Workshop on Numerical Solution of Markov Chains*, Kluwer, 1995.
- [DHR95] S. DONATELLI, J. HILLSTON, M. RIBAUDO: A comparison of performance evaluation process algebra and generalized stochastic Petri nets, In *Proc. 6th Int. Workshop on Petri Nets and Performance Models*, Durham, North Carolina, 1995.
- [DHHR95] S. DONATELLI, H. HERMANN, J. HILLSTON, M. RIBAUDO: GSPN and SPA compared in practice. In F. Baccelli et al (eds), *Quantitative Methods in Parallel Systems*, Springer, 1995.
- [Fokk00] W. FOKKINK: *Introduction to Process Algebra*, Springer, 2000.
- [GPT00] K. GOSEVA-POPSTOJANOVA, K.S. TRIVEDI: Stochastic modeling formalisms for dependability, performance and performability, In G. Haring, C. Lindemann, M. Reiser (eds.), *Performance Evaluation – Origins and Directions*, pp. 385–404, Springer, 2000.
- [HaHo94] G. HÄMMERLIN, K.-H. HOFFMANN: *Numerische Mathematik*, 4. Auflage, Springer, 1994.
- [Have98] B.R. HAVERKORT: *Performance of Computer Communication Systems*, Wiley, 1998.
- [HHK01] H. HERMANN, U. HERZOG, J.-P. KATOEN: Process algebra for performance evaluation, Preprint, 2001, to appear in *Theoretical Computer Science*.
- [Hill94] J. HILLSTON: Compositional Markovian modelling using a process algebra. In W.J. Stewart, ed., *Proceedings of the 2nd Int. Workshop on Numerical Solution of Markov Chains*, Kluwer, 1995.
- [Hill01] J. HILLSTON: *Modelling and Simulation*, Lecture Notes, 2001.
- [HiRi98] J. HILLSTON, M. RIBAUDO: Stochastic process algebras: a new approach to performance modelling. In K. Bagchi, J. Walrand, G. Zobrist (eds.) *Modeling and Simulation of Advanced Computer Systems*, pp. 235–256, Gordon and Breach, 1998.
- [KeSn69] J.G. KEMENY, J.L. SNELL: *Finite Markov Chains*, 5th ed., Van Nostrand, 1969.

- [MMT94] M. MALHOTRA, J.K. MUPPALA, K.S. TRIVEDI: Stiffness-tolerant methods for transient analysis of stiff Markov chains, *International Journal of Microelectronics and Reliability*, 34(11): 1825–1841, 1994.
- [MMT96] J.K. MUPPALA, M. MALHOTRA, K.S. TRIVEDI: Markov dependability models of complex systems: analysis techniques, In S. Ozekici (ed.): *Reliability and Maintenance of Complex Systems*, pp. 442–486, Springer, 1996.
- [Nico89] V.F. NICOLA: *Lumping in Markov Reward Processes*, Research Report 14719, IBM, Yorktown Heights, 1989.
- [RST89] A. REIBMAN, R. SMITH, K.S. TRIVEDI: Markov and Markov reward model transient analysis: An overview of numerical approaches. *European Journal of Operational Research*, 40, pp. 257–267, 1989.
- [Sieg95] M. SIEGLE: *Beschreibung und Analyse von Markovmodellen mit großem Zustandsraum*, Dissertation, Technische Fakultät der Universität Erlangen–Nürnberg, 1995.
- [StBu90] J. STOER, R. BULIRSCH: *Numerische Mathematik II*, Springer, 1990.
- [Stoe89] J. STOER: *Numerische Mathematik I*, Springer, 1989.
- [TCMS99] K.S. TRIVEDI, G. CIARDO, M. MALHOTRA, R.A. SAHNER: Dependability and performance analysis, In L. Donatiella, R. Nelson (eds.), *Performance Evaluation of Computer and Communication Systems*, pp. 587–612, Springer, 1999.