Institut für Informatik IV
der Universität Bonn
Ch. Strelen, F. Nassaj

Römerstraße 164
53117 Bonn
28. Juni 2004

Übungen zur Vorlesung „Simulation – Methoden für Anwendungen“

Blatt 8

Aufgabe 25

Führen Sie die Methode der inversen Transformation zur Erzeugung von Zufallszahlen, die gemäß der angegebenen Dichten verteilt sind, durch.

a) Cauchy–Verteilung

$$f(x) = \frac{\beta}{\pi(\beta^2 + (x-\alpha)^2)}, \qquad \beta > 0,\ -\infty < x, \alpha < \infty.$$

b) Pareto–Verteilung

$$f(x) = \frac{\alpha c^\alpha}{x^{\alpha+1}}, \qquad c, \alpha > 0,\ x > c.$$

Aufgabe 26

Führen Sie die Kompositionsmethode zur Erzeugung von Zufallszahlen, die gemäß der angegebenen Dichten verteilt sind, durch.

a) Hyperexponentialverteilung

$$f(x) = p\lambda_1 e^{-\lambda_1 x} + (1-p)\lambda_2 e^{-\lambda_2 x}, \qquad \lambda_1, \lambda_2, x > 0,\ p \in (0,1).$$

b)
$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{falls } x < 0 \\ \frac{1}{4}, & \text{falls } 0 \le x \le 1 \\ x-1, & \text{falls } 1 < x < 2 \\ e^{-4(x-2)}, & \text{falls } x \ge 2 \end{cases}$$

Aufgabe 27

Führen Sie die Methode der inversen Transformation, die Kompositionsmethode und die Acceptance–Rejection–Methode zur Erzeugung von Zufallszahlen, die gemäß der angegebenen Dichten verteilt sind, durch. Vergleichen Sie den Aufwand bei der algorithmischen Umsetzung der Methoden, und diskutieren Sie, welche Methode jeweils benutzt werden sollte.

a) $$f(x) = \frac{3}{2}x^2, \qquad -1 \leq x \leq 1.$$

b) Für $0 < a < \frac{1}{2}$

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{falls } x < 0 \\ \frac{x}{a(1-a)}, & \text{falls } 0 \leq x \leq a \\ \frac{1}{1-a}, & \text{falls } a < x \leq 1-a \\ \frac{1-x}{a(1-a)}, & \text{falls } 1-a < x \leq 1 \\ 0 & x > 1 \end{cases},$$

Aufgabe 28

An einem Switch kommen Aufträge A_i mit N_i Paketen an. Die Ankünfte bilden einen Erneuerungsprozeß mit Zwischenankunftszeiten Z_i, die Weibull-verteilt sind mit der Verteilungsfunktion $1 - e^{-(x/\beta)^\alpha}$ für $x \geq 0$. Die Anzahl N_i der Pakete hängt dabei von der Zwischenankunftszeit Z_i ab: N_i ist ganzzahlig gleichverteilt zwischen $\lceil 0.5Z_i \rceil$ und $\lceil 2Z_i \rceil$.
Formulieren Sie einen Algorithmus für die Erzeugung der Zufallszahlen Z_i und N_i aus $U(0,1)$-verteilten Zufallszahlen.
Wie kann man erreichen, daß die Zwischenankunftszeiten Z_i endlastig verteilt sind?